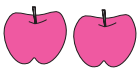
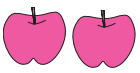
4 भिन्नों पर की जाने वाली संक्रियाएँ

BNQBJQ

थोड़ा याद करें

दिए गए सेब हम दो बच्चों में समान रूप से बाँटें ।

सेब	बच्चे		
6	2		$6 \div 2 = 3$
4	2	 	$4 \div 2 = 2$
1	2		$1 \div 2 = \frac{1}{2}$
7	2		$7 \div 2 = \frac{7}{2}$

आओ, समझें

अंशाधिक (विषम) भिन्न का मिश्र भिन्न में रूपांतरण

उदा. 7 सेबों को 2 व्यक्तियों में समान रूप से बाँटने पर प्रत्येक व्यक्ति को कितने-कितने सेब मिलेंगे ?

$\frac{7}{2} = 7 \div 2$

3 भागफल
भाजक 2) 7 भाज्य
− 6
1 शेषफल

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

प्रत्येक व्यक्ति को 3 पूरे तथा $\frac{1}{2}$ सेब मिलेंगे ।

ध्यान दो !

भाग देते समय हम यह ध्यान रखते हैं कि भाजक की अपेक्षा शेषफल कम आए । इसीलिए मिश्रित भिन्न के अपूर्णांक भाग का अंश हर की अपेक्षा छोटा होता है ।

आओ, समझें

मिश्र भिन्न का अंशाधिक भिन्न में रूपांतरण

उदा. $3\frac{2}{5}$ मिश्र भिन्न है । इसका रूपांतरण केवल अंश-हर के रूप में करना है ।

$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{3\times5}{1\times5} + \frac{2}{5} = \frac{3\times5+2}{5} = \frac{15+2}{5} = \frac{17}{5}$$

प्रश्नसंग्रह 9

1. अंशाधिक भिन्नों में रूपांतरित करो ।

   (i) $7\frac{2}{5}$ (ii) $5\frac{1}{6}$ (iii) $4\frac{3}{4}$ (iv) $2\frac{5}{9}$ (v) $1\frac{5}{7}$

2. मिश्र भिन्नों में रूपांतरित करो ।

   (i) $\frac{30}{7}$ (ii) $\frac{7}{4}$ (iii) $\frac{15}{12}$ (iv) $\frac{11}{8}$ (v) $\frac{21}{4}$ (vi) $\frac{20}{7}$

3. निम्नलिखित प्रश्नों को भिन्नों के रूप में लिखो ।

   (i) यदि 9 किग्रा चावल 5 व्यक्तियों में समान रूप से बाँटे, तो प्रत्येक व्यक्ति को कितने किग्रा चावल मिलेगा ?

   (ii) एक जैसी 5 शर्ट सिलने के लिए 11 मीटर कपड़ा लगता है, तो एक शर्ट सिलने के लिए कितने मीटर कपड़ा लगेगा ?

आओ, समझें

मिश्र भिन्नों का जोड़ तथा घटाव

उदा. (1) जोड़ो । $5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$

विधि I

$$5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} = 5 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$= 7 + \frac{1\times2}{2\times2} + \frac{3}{4}$$

$$= 7 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}$$

$$= 7 + \frac{2+3}{4} = 7 + \frac{5}{4}$$

$$= 7 + 1 + \frac{1}{4} = 8\frac{1}{4}$$

विधि II

$$5\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} = \frac{5\times2+1}{2} + \frac{2\times4+3}{4}$$

$$= \frac{11}{2} + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{11\times2}{2\times2} + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{22}{4} + \frac{11}{4} = \frac{33}{4}$$

$$= 8\frac{1}{4}$$

उदा. (2) घटाओ । $3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7}$

विधि I

$$3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} = (3-2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{7}\right)$$

$$= 1 + \frac{2\times7}{5\times7} - \frac{1\times5}{7\times5}$$

$$= 1 + \frac{14}{35} - \frac{5}{35}$$

$$= 1 + \frac{9}{35} = 1\frac{9}{35}$$

विधि II

$$3\frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} = \frac{17}{5} - \frac{15}{7}$$

$$= \frac{17\times7}{5\times7} - \frac{15\times5}{7\times5}$$

$$= \frac{119}{35} - \frac{75}{35} = \frac{119-75}{35}$$

$$= \frac{44}{35} = 1\frac{9}{35}$$

विचार करो

$4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}$ यह कैसे घटाएँ ? क्या यह घटाव ऐसा है : $[4 - 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}]$

प्रश्नसंग्रह 10

1. जोड़ो ।

   (i) $6\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$ (ii) $1\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2}$ (iii) $5\frac{1}{5} + 2\frac{1}{7}$ (iv) $3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{3}$

2. घटाओ ।

   (i) $3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$ (ii) $5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}$ (iii) $7\frac{1}{8} - 6\frac{1}{10}$ (iv) $7\frac{1}{2} - 3\frac{1}{5}$

3. हल करो ।

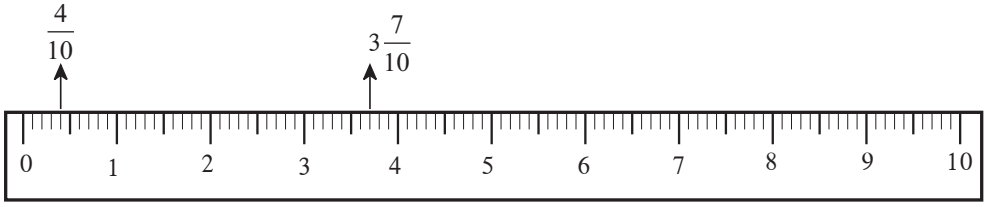
   (1) सुयश ने $2\frac{1}{2}$ किग्रा और आशीष ने $3\frac{1}{2}$ किग्रा शक्कर खरीदी, तो दोनों ने मिलकर कुल कितनी शक्कर खरीदी ? यदि शक्कर का मूल्य 32 रुपये प्रति किग्रा हो, तो शक्कर का कुल मूल्य कितना है ?

   (2) आराधना ने अपनी पिछवाड़े की जमीन के $\frac{2}{5}$ भाग में आलू बोया । $\frac{1}{3}$ भाग में साग-सब्जियाँ लगाईं । शेष भाग में बैंगन लगाया, तो उसने कितने भाग में बैंगन लगाया ?

   (3)* संदीप ने एक खाली हौज का $\frac{4}{7}$ भाग पानी से भरा । उसके बाद रमाकांत ने उसी हौज में उसके $\frac{1}{4}$ भाग में पानी भरा । उमेश ने उसी हौज के $\frac{3}{14}$ भाग का पानी बगीचे के वृक्षों में डाल दिया । यदि हौज की कुल क्षमता 560 लीटर हो, तो उस हौज में कितने लीटर पानी बचा होगा ?

आओ, समझें

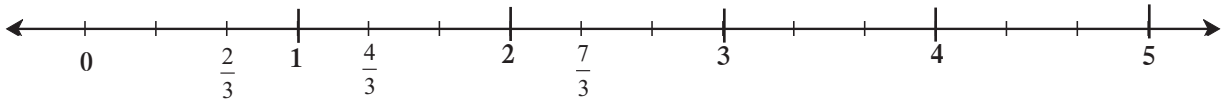
संख्यारेखा पर भिन्न दर्शाना



भिन्नों $\frac{4}{10}$ तथा $3\frac{7}{10}$ को संख्यापट्टी (मापनपट्टी) पर दर्शाना सहज है, क्योंकि संख्यापट्टी पर प्रत्येक सेंटीमीटर के दस समान भाग होते हैं । 0 और 1 के बीच के दस समान भागों में से 0 के आगे का चौथा भाग $\frac{4}{10}$ यह भिन्न दर्शाता है । इसी प्रकार 3 तथा 4 के बीच के दस समान भागों में से 3 के आगे का 7 वाँ भाग $3\frac{7}{10}$ दर्शाता है ।

उदा. अब संख्यारेखा पर ये भिन्न दर्शाएँ : $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{3}$

नीचे दी गई संख्यारेखा पर प्रत्येक इकाई के 3 समान भाग किए गए हैं ।



यह मैंने समझा

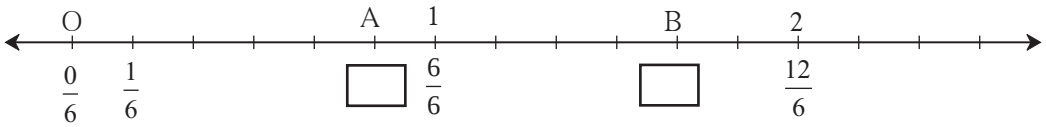
यदि संख्यारेखा पर कोई भिन्न दिखानी हो, तो संख्यारेखा की प्रत्येक इकाई के उतने समान भाग करने होंगे, जितना भिन्न का हर है ।

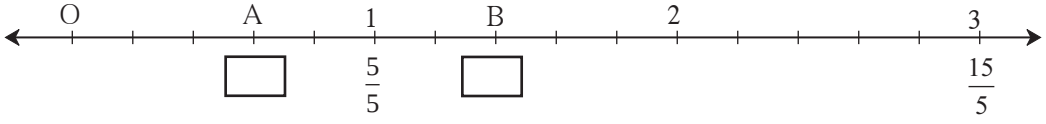
विचार करो

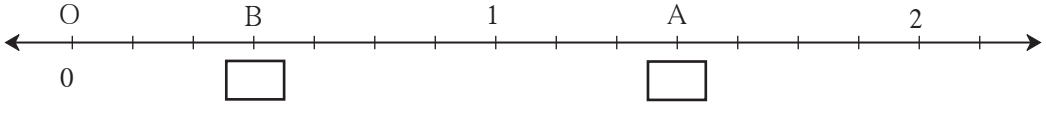
संख्यारेखा पर $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{19}{40}$ ये भिन्न दर्शाने के लिए कितनी बड़ी इकाई लें ?

प्रश्नसंग्रह 11

1. नीचे दी गई तीनों रेखाओं पर A तथा B बिंदु कौन-से भिन्न दर्शाते हैं ? खाली-चौखटों में लिखो ।

(1)


(2)


(3)


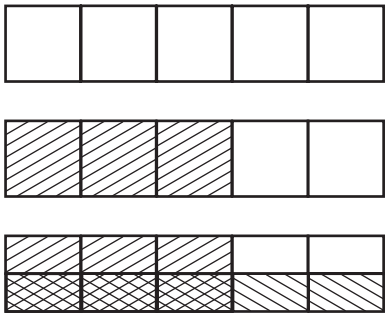
2. नीचे दिए गए भिन्न संख्यारेखा पर दर्शाओ ।

(1) $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{5}$, $2\frac{3}{5}$ (2) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $2\frac{1}{4}$

आओ, समझें

भिन्नों का गुणन

$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ यह गुणा आयताकार पट्टी की सहायता से कैसे किया गया है, इसे देखो ।



- एक आयताकार पट्टी लेकर खड़ी रेखाओं द्वारा उसके 5 समान भाग करो ।
- भिन्न $\frac{3}{5}$ दर्शानेवाले भागों को रेखांकित करो ।
- $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ अर्थात $\frac{3}{5}$ का $\frac{1}{2}$ भाग दर्शाना है; इसलिए इसी पट्टी के दो समान भाग करने के लिए ठीक बीच में एक आड़ी रेखा खींचो ।
- उन 2 आड़े भागों में से किसी 1 भाग को भिन्न प्रकार से रेखांकित करो ।

इस पूरी पट्टी के 2 समान भाग किए, उसी समय $\frac{3}{5}$ भाग के भी 2 समान भाग हो गए । इनमें से 1 भाग लेने के लिए दो बार रेखांकित किए गए भाग पर विचार करो ।

पूरी पट्टी में कुल 10 समान भाग हुए । इनमें से 3 भाग दो बार रेखांकित किए गए हैं । दो बार रेखांकित किया संपूर्ण भाग भिन्न रूप में $\frac{3}{10}$ है । $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

ऊपर का गुणा हम इस प्रकार लिख सकते हैं : $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$

यह मैंने समझा

दो भिन्नों का गुणा करते समय, अंशों का गुणनफल अंश के स्थान पर और हरों का गुणनफल हर के स्थान पर लिखते हैं ।

उदा. सुलोचना के पास 42 एकड़ खेत है । उन्होंने उस खेत के $\frac{2}{7}$ भाग में गेहूँ बोया, तो उन्होंने कितने एकड़ खेत में गेहूँ बोया?

42 का $\frac{2}{7}$ भाग करना है । $\therefore \frac{42}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{42 \times 2}{1 \times 7} = \frac{6 \times 7 \times 2}{7} = 12$

सुलोचना ने 12 एकड़ खेत में गेहूँ बोया ।

प्रश्नसंग्रह 12

1. गुणा करो ।

(i) $\frac{7}{5} \times \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{6}{7} \times \frac{2}{5}$ (iii) $\frac{5}{9} \times \frac{4}{9}$ (iv) $\frac{4}{11} \times \frac{2}{7}$

(v) $\frac{1}{5} \times \frac{7}{2}$ (vi) $\frac{9}{7} \times \frac{7}{8}$ (vii) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$ (viii) $\frac{6}{17} \times \frac{3}{2}$

2. अशोकराव ने अपने 21 एकड़ खेत के $\frac{2}{7}$ भाग में केला लगाया, तो उन्होंने कितने क्षेत्रफल के खेत में केला लगाया ?

3*. सेना के कुल सैनिकों के $\frac{4}{9}$ भाग सैनिक उत्तरी सीमा पर सुरक्षा का कार्य कर रहे हैं । इन सैनिकों की संख्या के एक तिहाई सैनिक ईशान क्षेत्र में सुरक्षा के लिए कार्यरत हैं । यदि सैनिकों की कुल संख्या 540000 हो, तो ईशान क्षेत्र में कार्यरत सैनिकों की संख्या कितनी होगी ?

आओ, समझें

गुणात्मक प्रतिलोम

यह गुणा देखो ।

(1) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = 1$

(2) $4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

(3) $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6} = 1$

(4) $\frac{71}{3} \times \frac{3}{71} = 1$

गुणा के इन सभी उदाहरणों में क्या विशेषता दिखाई देती है ?

दिए गए भिन्न और इसके अंश तथा हर को परस्पर अदलाबदली करने पर प्राप्त दूसरे भिन्न का गुणनफल 1 है। इन भिन्नों की जोड़ियों का नाम है, गुणात्मक प्रतिलोमों की जोड़ी ।

उदा. $\frac{5}{6}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{6}{5}$ है । 4 अर्थात $\frac{4}{1}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{1}{4}$ है ।

यह मैंने समझा

जब दो संख्याओं का गुणनफल 1 होता है, तब वे संख्याएँ एक-दूसरे की गुणात्मक प्रतिलोम होती हैं ।

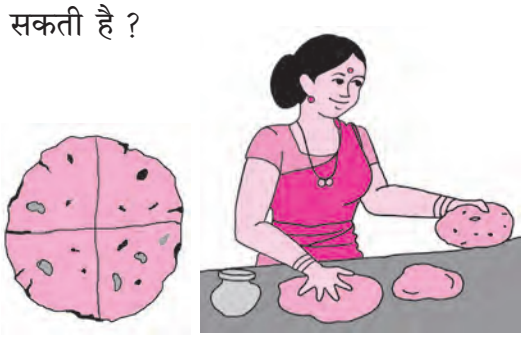
विचार करो

(1) 1 का गुणात्मक प्रतिलोम क्या है ? (2) क्या 0 का कोई गुणात्मक प्रतिलोम है ?

आओ, समझें

भिन्नों का भाग

उदा. एक रोटी है । प्रत्येक व्यक्ति को चौथाई रोटी देनी है, तो यह रोटी कितने व्यक्तियों में बाँटी जा सकती है ?



चौथाई (पाव) का अर्थ $\frac{1}{4}$ है ।

चित्र में दर्शाए अनुसार एक पूर्ण रोटी के चार चौथाई होंगे तथा यह रोटी 4 व्यक्तियों में बाँटी जा सकती है ।

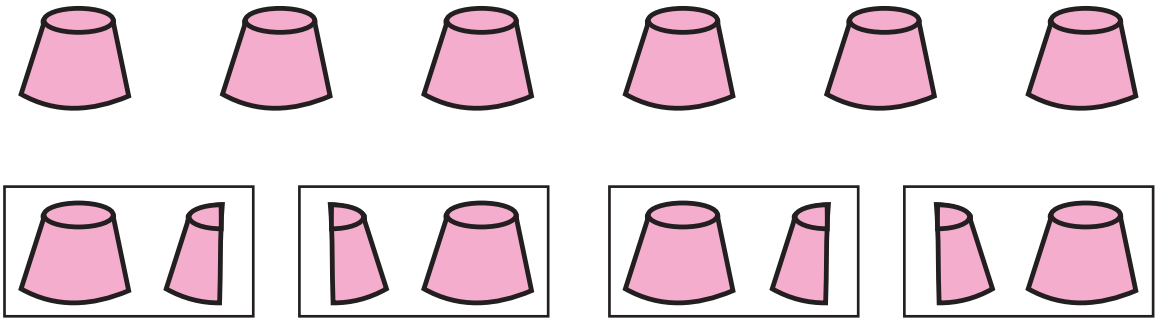
इसे हम $4 \times \frac{1}{4} = 1$ लिख सकते हैं ।

अब भिन्नों के भाग का रूपांतरण गुणा में करें ।

$1 \div \frac{1}{4} = 4 = 1 \times \frac{4}{1}$

उदा. गुड़ की छह भेलियाँ हैं । प्रत्येक भेली एक किग्रा की है । यदि एक परिवार को हर महीने डेढ़ किग्रा गुड़ लगता हो, तो ये भेलियाँ कितने परिवारों के लिए पर्याप्त होंगी ?

डेढ़ का अर्थ है, एक पूर्ण तथा आधा $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$



दिया गया गुड़ कितने परिवारों के लिए पर्याप्त होगा, यह ज्ञात करने के लिए भाग दें ।

$6 \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{3} = 4$ इसलिए 6 भेलियाँ चार परिवारों के लिए पर्याप्त होंगी ।

उदा. $12 \div 4 = \frac{12}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3$

उदा. $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{7 \times 2} = \frac{15}{14} = 1\frac{1}{14}$

यह मैंने समझा

किसी संख्या में किसी भिन्न से भाग देने का अर्थ है, उस संख्या में उस भिन्न के गुणात्मक प्रतिलोम से गुणा करना ।

प्रश्नसंग्रह 13

1. निम्नलिखित संख्याओं के गुणात्मक प्रतिलोम लिखो ।

   (i) 7 (ii) $\frac{11}{3}$ (iii) $\frac{5}{13}$ (iv) 2 (v) $\frac{6}{7}$

2. भाग दो ।

   (i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{5}{9} \div \frac{3}{2}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{5}{11}$ (iv) $\frac{11}{12} \div \frac{4}{7}$

3.* 'स्वच्छ भारत' अभियान में 420 विद्यार्थियों ने भाग लिया । उन्होंने सेवाग्राम गाँव के $\frac{42}{75}$ भाग की सफाई की, तो प्रत्येक विद्यार्थी ने सेवाग्राम के कितने भाग की सफाई की ?

ꕥꕥꕥ

रामानुजन वर्ग

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

- इस वर्ग की आड़ी, खड़ी, तथा तिरछी पंक्तियों की चार चार संख्याओं का योगफल ज्ञात करो ।
- योगफल कितना आता है, देखो ।
- किसी भी ढंग से योगफल ज्ञात करें, तो क्या उतना ही आता है ?
- कौन-सी विशेषता मालूम हुई ?
- वर्ग की पहली पंक्ति की संख्याएँ देखो । 22 - 12 - 1887 इस दिनांक के विषय में जानकारी प्राप्त करो ।

महान भारतीय गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन का जीवन चरित्र प्राप्त करो और पढ़ो ।